

I. العبارة - الدالة العبارية - المكملات العبارة و الدالة العبارية

(1) نسمي عبارة كل جملة مفيدة ، يمكن الحكم على المعنى الذي تحمله بالصحة أو الخطأ.
(2) نسمي دالة عبارية كل نص يحتوي على متغير x من مجموعة E ويصبح عبارة كلما عوضنا x بعنصر محدد من E .

المكملات

لتكن $A(x)$ دالة عبارية معرفة على مجموعة E .

(1) العبارة: $(\exists x \in E): A(x)$ تقرأ " يوجد على الأقل x من E بحيث $A(x)$ " وتعني يوجد على الأقل عنصر x من E يحقق E . الرمز \exists يسمى المكمل الوجودي.

(2) العبارة: $(\forall x \in E): A(x)$ تقرأ " مهما كان x من E لدينا $A(x)$. وتعني أن جميع عناصر E تحقق E . الرمز \forall يسمى المكمل الكوني.

III) العمليات المنطقية.

1) النفي المنطقي

(a) نفي العبارة A هي العبارة التي نرمز لها بـ $\neg A$ والتي تكون صحيحة إذا كانت A خاطئة وتكون خاطئة إذا كانت A صحيحة.

ملاحظة: " $\neg A$ هي عكس العبارة A "

(b) نفي العبارة " $(\forall x \in E): A(x)$ " هي العبارة " $(\exists x \in E): \neg A(x)$ " .

(c) نفي العبارة " $(\exists x \in E): A(x)$ " هي العبارة " $(\forall x \in E): \neg A(x)$ " .

2) العطف المنطقي

عطف العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها بالرمز: $(A \wedge B)$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت A صحيحة و B صحيحة

3) الفصل المنطقي

فصل العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها بالرمز: $(A \vee B)$ والتي تكون صحيحة إذا كانت إحدى العبارتين على الأقل صحيحة.

4) الاستلزام المنطقي

استلزام العبارتين A و B هي العبارة التي نرمز لها بـ $(A \Rightarrow B)$ والتي تكون خاطئة فقط إذا كانت A صحيحة و B خاطئة. (ونقرأ A تستلزم B).

(5) التكافئ المنطقي

تكافئ العبارتين A و B هي العبارة التي نرسم لها $(A \Leftrightarrow B)$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت A و B نفس قيمة الحقيقة. (وتقرأ A تكافئ B).

(IV) القوانين المنطقية**(1) تعريف:**

نسمي قانونا منطقيا كل عبارة مكونة من عدة عبارات مرتبطة بالروابط المنطقية وتكون صحيحة مهما كانت قيمة حقيقة هذه العبارات.

أمثلة :

- $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$
- $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \text{ ou } B)$
- $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \Leftrightarrow \neg B)$
- $(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow A)$
- $(A \text{ et } B) \Leftrightarrow (B \text{ et } A)$
- $(A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (B \text{ ou } A)$
- $[(A \text{ et } B) \text{ et } C] \Leftrightarrow [A \text{ et } (B \text{ et } C)]$
- $[A \text{ ou } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{ ou } C]$
- $[A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow C] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

(2) أهم القوانين المنطقية.

- قانون الخلف
 $((\neg A \Rightarrow \neg B) \text{ et } B) \Rightarrow A$
- قانون فصل الحالات
 $(A \Rightarrow C \text{ et } B \Rightarrow C) \Rightarrow [(A \text{ ou } B) \Rightarrow C]$

- قانون التاكافؤات المتتالية
 $(A \Leftrightarrow B \text{ et } B \Leftrightarrow C) \Rightarrow A \Leftrightarrow C$
- $[A \text{ et } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ et } B) \text{ ou } (A \text{ et } C)]$
- $[A \text{ ou } (B \text{ et } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{ et } (A \text{ ou } C)]$

• قانوني موركان.

$$(1) \neg(A \text{ et } B) \Leftrightarrow (\neg A \text{ ou } \neg B)$$

$$(2) \neg(A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (\neg A \text{ et } \neg B)$$

• قانون الاستلزام المضاد للعكس

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

$$\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \text{ et } \neg B)$$

(V) بعض أنواع الاستدلالات.

(1) الاستدلال بالتكافؤات المتتالية

لكي نبين أن العبارة A صحيحة يكفي أن نبين أن $A \Leftrightarrow B$ و B صحيحة.

(2) الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس

لكي نبين أن $A \Rightarrow B$ يكفي أن نبين $\neg B \Rightarrow \neg A$.

(3) الاستدلال بالخلف

لكي نبين أن العبارة A صحيحة نفترض العكس ونصل إلى تناقض مع المعطيات.

(4) الاستدلال بفصل الحالات

لتكن $E = E_1 \cup E_2$ لكي نبين أن $(\forall x \in E): A(x)$ يكفي أن نبين ما يلي:

(* إذا كان $x \in E_1$ فإن $A(x)$ صحيحة.

(* إذا كان $x \in E_2$ فإن $A(x)$ صحيحة.

(5) الاستدلال بالترجع

لكي نبين أن العبارة $P(n)$ صحيحة لكل عدد طبيعي $n \geq n_0$ نبين ما يلي:

❖ نبين أن العبارة صحيحة من أجل $n = n_0$

❖ نفترض العبارة P صحيحة من أجل n و نبين أن العبارة P صحيحة من أجل $n+1$.